



2022 Hong Kong Mathematics Kangaroo Contest — Junior —

2022香港數學袋鼠競賽 — 中學中年級 2022香港数学袋鼠竞赛 — 中学中年級

Instruction | 說明 | 说明

1. DO NOT FLIP OPEN THIS FRONT COVER UNTIL YOUR PROCTOR TELLS YOU.
在未收到監考老師指示前，請不要翻開此封面。
在未收到监考老师指示前，请不要翻开此封面。
2. This is a 25 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct.
這是一套包括25道選擇題的測試，每道題目只有一個正確答案。
这是一套包括25道选择题的测试，每道题目只有一个正确答案。
3. Every question is given a point value. You will receive full points for correct answer, and zero point for blank or incorrect answer. The full score of this test is 100 points.
每道題目都有給定的分值。每題答對得滿分，答錯或空白得0分。本次測試的滿分為100分。
每道题目都有给定的分值。每题答对得满分，答错或空白得0分。本次测试的满分为100分。
4. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator.
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作為輔助工具。計算器是不允許使用的。測試中沒有任何問題必須需要使用計算器。
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作为辅助工具。计算器是不允许使用的。测试中没有任何问题必须需要使用计算器。
5. Figures are not necessarily drawn to scale.
圖形不一定按比例繪製。
图形不一定按比例绘制。
6. You will have 75 minutes to complete the test once your proctor tells you to begin.
監考老師宣布開始後，你將有75分鐘的時間完成測試。
监考老师宣布开始后，你将有75分钟的时间完成测试。

Part 1: 8 problems, 3 points each

第一部分：8 道題目，每題 3 分 | 第一部分：8 道題目，每題 3 分

1. An equilateral triangle of side 12 has the same perimeter as a square of side x . What is the value of x ?

邊長為 12 的等邊三角形與邊長為 x 的正方形周長相同。問 x 的值是多少？

边长为 12 的等边三角形与边长为 x 的正方形周长相同。问 x 的值是多少？

- (A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 16 (E) 36

「Proposed by France | 法國供題 | 法国供題」

2. Let a, b, c be non-zero numbers. The numbers $-2a^4b^3c^2$ and $3a^3b^5c^{-4}$ have the same sign. Which of the following is definitely true?

設 a, b, c 是非零的數。數 $-2a^4b^3c^2$ 和 $3a^3b^5c^{-4}$ 的符號相同。那麼以下哪一項肯定是正確的？

设 a, b, c 是非零的数。数 $-2a^4b^3c^2$ 和 $3a^3b^5c^{-4}$ 的符号相同。那么以下哪一项肯定是正确的？

- (A) $a < 0$ (B) $b < 0$ (C) $c > 0$ (D) $ab > 0$ (E) $bc > 0$

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希腊供題」

3. There are five candidates in the school election. After 90% of the votes had been counted, the preliminary results were in the following table. How many students still have a chance of winning the election?

在學校選舉中，有五名候選人。在統計了 90% 的選票後，初步結果如下表。仍有機會贏得選舉的學生有幾名？

在学校选举中，有五名候选人。在统计了 90% 的选票后，初步结果如下表。仍有机会赢得选举的学生有几名？

	Alex	Bella	Calvin	Diane	Eddy
	14	11	10	8	2

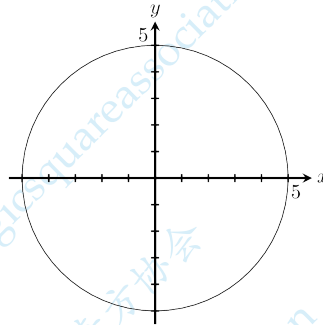
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

「Proposed by United States | 美國供題 | 美国供題」

4. A circle with center $(0,0)$ has radius 5 as shown. At how many points on the perimeter of the circle are both coordinates integers?

如圖所示的圓的圓心為 $(0,0)$ ，半徑為 5。問該圓周上橫縱坐標都是整數的點有多少個？

如图所示的圆的圆心为 $(0,0)$ ，半径为 5。问该圆周上横纵坐标都是整数的点有多少个？



- (A) 5 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

「Proposed by Finland | 芬蘭供題 | 芬兰供題」

5. I once met six siblings whose ages were six consecutive whole numbers. I asked each of them the question: "How old is your oldest sibling?" Which of the following could **not** be the sum of their six answers?

我曾經遇到過一個大家庭的六個兄弟姐妹，他們的年齡是六個連續的整數。我問每個人這樣的問題：“你最年長的兄弟姐妹多大了？”以下哪個數不可能是他們六人答案的總和？

我曾经遇到过一个大家庭的六个兄弟姐妹，他们的年龄是六个连续的整数。我问每个人这样的问题：“你最年长的兄弟姐妹多大了？”以下哪个数不可能是他们六人答案的总和？

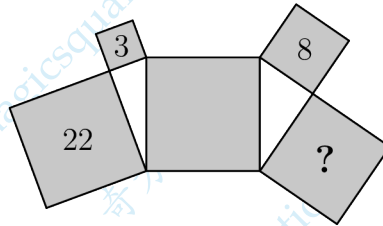
- (A) 95 (B) 125 (C) 167 (D) 185 (E) 205

「Proposed by Australia | 澳大利亞供題 | 澳大利亚供題」

6. Five squares and two right-angled triangles are arranged as shown. The numbers 3, 8 and 22 inside three of the squares indicate their areas. What is the area of the square containing the question mark?

五個正方形和兩個直角三角形按如圖所示的方式排列。三個正方形內的數 3、8 和 22 表示它們的面積。問含有問號的那個正方形的面積是多少？

五个正方形和两个直角三角形按如图所示的方式排列。三个正方形内的数 3、8 和 22 表示它们的面积。问含有问号的那个正方形的面积是多少？



- (A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

7. A rabbit and a hedgehog had a race around a 550 meters long circular track. Both ran at constant speeds. The rabbit's speed was 10 meters per second, and the hedgehog's speed was 1 meter per second. They started at the same time from the same place. However, the hedgehog ran in the opposite direction to the rabbit. When they met, the hedgehog immediately turned round and ran after the rabbit. How many seconds after the rabbit did the hedgehog reach the starting point?

兔子和刺猬在一條 550 米長的圓形跑道上比賽。它們都以恆定的速度奔跑。兔子的速度是每秒 10 米，而刺猬的速度是每秒 1 米。它們同時從同地出發。然而，刺猬跑的方向與兔子的方向相反。當他們相遇時，刺猬立即轉身，追著兔子跑。問刺猬比兔子晚多少秒到達出發的地點？

兔子和刺猬在一条 550 米长的圆形跑道上比赛。它们都以恒定的速度奔跑。兔子的速度是每秒 10 米，而刺猬的速度是每秒 1 米。它们同时从同地出发。然而，刺猬跑的方向与兔子的方向相反。当他们相遇时，刺猬立即转身，追着兔子跑。问刺猬比兔子晚多少秒到达出发的地点？

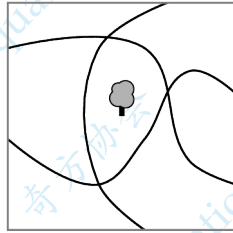
- (A) 45 (B) 50 (C) 55 (D) 100 (E) 505

「Proposed by Moldova | 摩爾多瓦供題 | 摩尔多瓦供題」

8. There are three paths through our city park. A tree is planted in the middle of the park, as shown. What is the smallest number of trees that need to be planted so that there are the same number of trees on both sides of each of the paths?

我們的城市公園裡有三條路徑。如圖所示，在公園中央種了一棵樹。問最少需要再種植多少棵樹才能使得每條路徑兩側有同樣數目的樹？

我们的城市公园里有三条路径。如图所示，在公园中央种了一棵树。问最少需要再种植多少棵树才能使得每条路径两侧有同样数目的树？



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

「Proposed by Germany | 德國供題 | 德国供題」

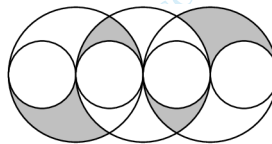
Part 2: 9 problems, 4 points each

第二部分：9 道題目，每題 4 分 | 第二部分：9 道題目，每題 4 分

9. The diagram shows three large circles of equal radius and four small circles of equal radius where the centers of all circles and all points of contact lie on one straight line. The radius of each small circle is 1. What is the shaded area?

圖中顯示了三個半徑相等的大圓和四個半徑相等的小圓，所有圓的中心和圓之間的切點都位於一條直線上。每個小圓的半徑是 1。陰影面積是多少？

图中显示了三个半径相等的大圆和四个半径相等的小圆，所有圆的中心和圆之间的切点都位于一条直线上。每个小圆的半径是 1。阴影面积是多少？



- (A) π (B) $\frac{3}{2}\pi$ (C) 2π (D) 3π (E) 4π

「Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰罗尼亚供題」

10. Suppose the equation $x^2 + 2x - k = 0$ has at least one integer solution, then k cannot be which of the following numbers?

假設方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 至少有一個整數解，那麼 k 不可能是下列哪個數？

假设方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 至少有一个整数解，那么 k 不可能是下列哪个数？

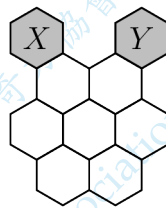
- (A) 8 (B) 15 (C) 24 (D) 30 (E) 48

「Proposed by Hong Kong | 香港供題 | 香港供題」

11. Apini moves from hexagon X to hexagon Y . She can only move from one hexagon to another if they have an edge in common. How many different routes are there from X to Y that pass through each of the seven white hexagons exactly once?

Apini 從六邊形 X 移動到六邊形 Y 。她只能從一個六邊形移動到與它有公共邊的另一個六邊形。從 X 到 Y ，恰好穿過七個白色六邊形各一次的不同路線有多少條？

Apini 从六边形 X 移动到六边形 Y 。她只能从一个六边形移动到与它有公共边的另一个六边形。从 X 到 Y ，恰好穿过七个白色六边形各一次的不同路线有多少条？



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

「Proposed by France | 法國供題 | 法国供題」

12. Suppose x is an integer and y is a positive integer, what is the smallest possible value of $x^2 + 20xy + 2022y^2$?

假設 x 是整數， y 是正整數，那麼 $x^2 + 20xy + 2022y^2$ 的最小可能值是多少？

假设 x 是整数， y 是正整数，那么 $x^2 + 20xy + 2022y^2$ 的最小可能值是多少？

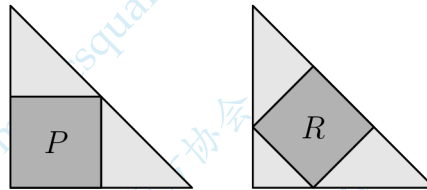
- (A) 1622 (B) 1922 (C) 1986 (D) 2001 (E) 2022

「Proposed by Turkey | 土耳其供題 | 土耳其供題」

13. Two congruent isosceles right-angled triangles each have a square inscribed, as shown in the diagram. The square marked P has an area of 45. What is the area of the square marked R ?

如圖所示，兩個全等的等腰直角三角形各有一個內接正方形。標有 P 的正方形的面積為 45。問標有 R 的正方形的面積是多少？

如图所示，两个全等的等腰直角三角形各有一个内接正方形。标有 P 的正方形的面积为 45。问标有 R 的正方形的面积是多少？



- (A) 35 (B) 40 (C) 45 (D) 50 (E) 60

「Proposed by Puerto Rico | 波多黎各供題 | 波多黎各供題」

14. Eight teams participate in a football tournament. Each team plays against each other team exactly once. In each match, the winner gets 3 points and the loser does not get any points. If a match is drawn, each team gets 1 point. At the end of the tournament the total number of points obtained by all the teams is 61. What is the largest number of points that the champion team could have obtained?

八支球隊參加足球錦標賽。每支球隊恰好與另一支球隊交手一次。每場比賽，勝者得 3 分，負者不得分。如果比賽是平局，每隊各得 1 分。比賽結束時，所有隊伍的總分是 61 分。問冠軍隊伍的得分最大可能是多少？

八支球队参加足球锦标赛。每支球队恰好与另一支球队交手一次。每场比赛，胜者得 3 分，负者不得分。如果比赛是平局，每队各得 1 分。比赛结束时，所有队伍的总分是 61 分。问冠军队伍的得分最大可能是多少？

- (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 21

「Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰羅尼亞供題」

15. A group of pirates divided 200 gold coins and 600 silver coins between them. Each officer received 5 gold and 10 silver coins. Each sailor received 3 gold and 8 silver coins. Each cabin boy received 1 gold and 6 silver coins. How many pirates are there in the group?

一群海盜瓜分 200 枚金幣和 600 枚銀幣。每個頭領獲得 5 枚金幣和 10 枚銀幣。每個水手獲得 3 枚金幣和 8 枚銀幣。每個小兵獲得 1 枚金幣和 6 枚銀幣。問這群海盜共有多少人？

一群海盜瓜分 200 枚金幣和 600 枚銀幣。每個頭領獲得 5 枚金幣和 10 枚銀幣。每個水手獲得 3 枚金幣和 8 枚銀幣。每個小兵獲得 1 枚金幣和 6 枚銀幣。問這群海盜共有多少人？

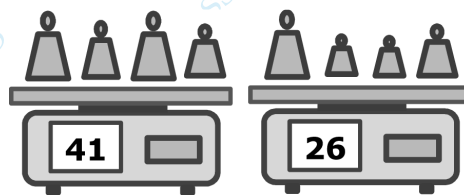
- (A) 50 (B) 60 (C) 72 (D) 80 (E) 90

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

16. A grocer has twelve different integer weights from 1 kg to 12 kg. She splits them into three groups of four weights each. The total weight of the first group is 41 kg and of the second is 26 kg. Which of the following weights is in the same group as the weight of 9 kg?

雜貨商有 12 種不同整數重量的砝碼，從 1 kg 到 12 kg。她將它們分成三組，每組四個砝碼。第一組的總重量是 41 kg，第二組的總重量是 26 kg。以下哪個重量的砝碼和 9 kg 重的砝碼在同一組？

杂货商有 12 种不同整数重量的砝码，从 1 kg 到 12 kg。将它们分成三组，每组四个砝码。第一组的总重量是 41 kg，第二组的总重量是 26 kg。以下哪个重量的砝码和 9 kg 重的砝码在同一组？



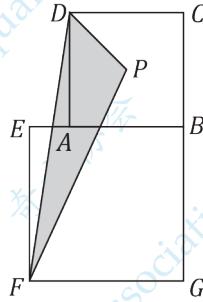
- (A) 3 kg (B) 5 kg (C) 7 kg (D) 8 kg (E) 10 kg

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

17. The lengths of the diagonals of the squares $ABCD$ and $EFGB$ are 7 and 10 respectively. The point P is the intersection of the diagonals of the square $ABCD$. What is the area of the triangle FPD ?

正方形 $ABCD$ 和 $EFGB$ 的對角線長度分別為 7 和 10。點 P 是正方形 $ABCD$ 對角線的交點。問三角形 FPD 的面積是多少？

正方形 $ABCD$ 和 $EFGB$ 的对角线长度分别为 7 和 10。点 P 是正方形 $ABCD$ 对角线的交点。问三角形 FPD 的面积是多少？



- (A) 14.5 (B) 15 (C) 15.75 (D) 16.5 (E) 17.5

「Proposed by Estonia | 愛沙尼亞供題 | 愛沙尼亞供題」

Part 3: 8 problems, 5 points each

第三部分：8 道題目，每題 5 分 | 第三部分：8 道題目，每題 5 分

18. Suppose $x = 70$ is one solution of the equation $2|x - 10| = x + a$, where a is a constant. What is the other solution of the equation?

假設 a 是常數， $x = 70$ 是方程 $2|x - 10| = x + a$ 的一個解。問方程的另一個解是多少？

假设 a 是常数， $x = 70$ 是方程 $2|x - 10| = x + a$ 的一个解。问方程的另一个解是多少？

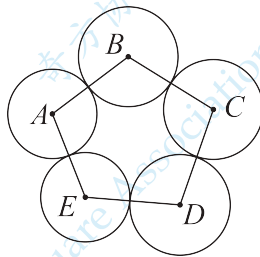
- (A) -10 (B) -5 (C) 0 (D) 5 (E) 10

「Proposed by Hong Kong | 香港供題 | 香港供題」

19. Five circles with centers A, B, C, D and E are arranged as shown in the below diagram, where adjacent circles are externally tangent to each other. Line segments are drawn to join the centers of adjacent circles. It is known that $AB = 16, BC = 14, CD = 17, DE = 13, AE = 14$. Which point is the center of the circle with the largest radius?

如圖所示，排列著圓心分別為 A, B, C, D 和 E 的五個圓，相鄰的兩個圓互相外切。相鄰圓的圓心用線段相連。已知 $AB = 16, BC = 14, CD = 17, DE = 13, AE = 14$ 。問半徑最大的圓的圓心是哪個點？

如图所示，排列着圓心分別為 A, B, C, D 和 E 的五個圓，相鄰的兩個圓互相外切。相鄰圓的圓心用線段相連。已知 $AB = 16, BC = 14, CD = 17, DE = 13, AE = 14$ 。問半徑最大的圓的圓心是哪個點？



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

「Proposed by Russia | 俄羅斯供題 | 俄罗斯供題」

20. Veronica has five rings on her fingers, as shown in the diagram. She takes them off one at a time. In how many different ways can she do this?

Veronica 的手指上帶著如圖所示的五個戒指。她一個一個的摘下戒指。問她可以有多少種不同的方法做這件事？

Veronica 的手指上帶著如圖所示的五個戒指。她一個一個的摘下戒指。問她可以有多少種不同的方法做這件事？



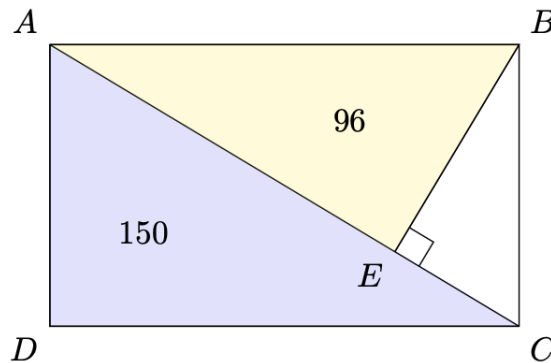
- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 45

「Proposed by Germany | 德國供題 | 德国供題」

23. In the rectangle $ABCD$, a perpendicular line is dropped from B to meet the diagonal AC at the point E . The area of triangle ABE is 96 while the area of triangle ACD is 150. What is the length of BC ?

在矩形 $ABCD$ 中，從 B 到對角線 AC 的垂線與 AC 相交於 E 。三角形 ABE 的面積是 96，而三角形 ACD 的面積是 150。問 BC 的長度是多少？

在矩形 $ABCD$ 中，从 B 到对角线 AC 的垂线与 AC 相交于 E 。三角形 ABE 的面积是 96，而三角形 ACD 的面积是 150。问 BC 的长度是多少？



- (A) 9 (B) 12 (C) $10\sqrt{2}$ (D) 15 (E) 16

「Proposed by Serbia | 塞爾維亞供題 | 塞尔维亚供題」

24. The positive integer N is such that the product of its digits is 20. Which of the following could not be the product of the digits of $N + 1$?

正整數 N 的各位數字的乘積是 20。問下列哪一項不可能是 $N + 1$ 的各位數字的乘積？

正整数 N 的各位数字的乘积是 20。问下列哪一项不可能是 $N + 1$ 的各位数字的乘积？

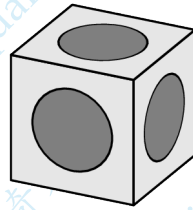
- (A) 24 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) 40

「Proposed by Peru | 秘魯供題 | 秘鲁供題」

25. A hole in the shape of a hemisphere is carved into each face of a cube. The holes are identical and centered at the center of each face. The holes touch their neighbours at only one point. The cube has side 2. What is the diameter of each hole?

在立方體的每個面上挖一個半球形狀的洞。這些洞都是相同的，以每個面的中心為球心。每個洞與它相鄰面上的洞只在一個點接觸。立方體的邊長為 2。每個洞的直徑是多少？

在立方体的每个面上挖一个半球形状的洞。这些洞都是相同的，以每个面的中心为球心。每个洞与它相邻面上的洞只在一个点接触。立方体的边长为 2。每个洞的直径是多少？



- (A) 1 (B) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) 2

「Proposed by Finland | 芬蘭供題 | 芬兰供題」